

大视场光电测量系统的精密几何标定和畸变校正的研究

刘金国

(中国科学院长春光学精密机械研究所, 长春 130021)

摘要 本文研究在大视场精密光电测量系统中最为关键的测量精度问题。深入地讨论了这种大视场光电测量系统的高精度几何标定方法, 重点探讨了利用计算机通过解析方法补偿光学系统几何畸变的途径, 以期达到在光学系统精度较低的情况下测量系统也可以进行高精度测量的目的。为了达到上述目的, 主要研究了以下几个问题: 分析了摄影测量的基本原理, 提出相机标定和畸变校正问题; 建立适合于相机标定和畸变校正的数学模型; 研究了对相机进行精密标定的方法和手段; 研究了标定数据的分析处理方法; 进行计算机仿真实验, 分析实验结果。

关键词: 相机标定; 畸变; 校正

1 前 言

摄影测量是十九世纪以来在测绘领域内发展起来的一个新分支, 其主要内容是利用摄影相机摄得的像的信息, 来测定空间点的位置。摄影测量最初主要用在地形测量工作上, 随着航天技术和电子计算机的广泛应用, 摄影测量应用范围也变得广泛了, 特别是在军事上也有了广泛的应用。

摄影测量的目的在于根据影像信息, 由摄影的可逆性, 对空间点进行量测和描绘。由光学原理可知, 特点和像点是按中心投影方式投射的, 并且利用像的坐标来描述影像信息。为了能使像的信息正确描述空间物点, 前提是相机必须是准确的。因此, 相机, 投入使用前必须进行精密标定和校正, 特别是用于精密测量的相机, 光学畸变的大小对测量精度具有决定性意义。因此, 相机的标定和校正是十分重要的问题。

摄影测量原理应用在军事上的例子, 有弹道相机, 星图仪等光学摄影测量系统。比如, 我们研究的“实时多目标弹道测量系统”, 光学系统焦距为 63mm。对应每块 CCD 的有效口径为 30mm, 视场角为: 高低角 18° , 方位角 23° , 测角精度要求达到整个视场的万分之一以上。对光学系统质量要求是很高的。

收稿日期: 1994年3月10日; 本文作者的导师为郝志航

为了获得高精度的测量相机,在传统的方法中,主要采取精选光学玻璃,优良的光学设计,提高光学加工水平,对系统进行精密装调等手段,但是由于加工,装调工艺的限制,完全依靠这些手段,使摄影测量获得很高的精度是很困难的。特别是像弹道相机等这样高精度摄影测量系统,单纯依靠装调等传统手段,几乎不可能达到这样高的精度。特别是这种点目标,大视场的测量系统,光学畸变差是直接影响测量系统精度的。相机光学畸变差不像设计者所给的那样具有良好的对称性,由于装调的影响,会产生偏心畸变等光学畸变差,这些误差只有在对相机标定过程中才能确定。因此我们用传统的方法以尽可能高的精度制造出相机后,它的光学系统质量是直接影响测量精度的。为了提高测量精度,考虑能否用计算机修正的办法来解决这个问题。也就是我们试图探索一种降低对光学设计、加工、装调的要求。通过对相机的精密标定和计算机修正,使光学系统质量不是很高的相机达到高精度测量的方法。具体说就是在对相机进行精密测量的基础上,通过对测量数据的分析处理,获得相机的内方位元素和畸变的数学模型,并对畸变加以校正,从而达到高精度测量。如果我们测量点目标,在实际测量时,我们只需校正目标点的坐标,这样可以实现实时或准实时测量。对整幅图像来说,就要通过事后处理加以校正,提高测量精度。

为了实现这个目的,我们首先面临两个主要问题:一是对相机进行精密测量。二是对测量数据如何加以分析。我们知道,相机的测量原理是依据摄影测量的基本原理。根据这些原理,国内外在对相机标定和畸变测量上提出了许多方法。具体有测角法、多平行光管法、星校法等等。采用适当的方法对相机进行精密测量,得到数据后通过对数据的分析,确定相机的内方位元素和畸变数学模型。达到畸变校正的目的。针对我们研究的“实时多目标弹道测量系统”所要做的标定和校正工作。提出了以下要解决的具体问题:

- (1) 确定适当的对相机进行精密标定的方法;
- (2) 建立适合于相机标定和畸变校正的数学模型;
- (3) 分析测量结果,确定相机内方位元素和畸变模型,对畸变加以校正。

通过对这些问题的解决,对于质量较差的光学系统,通过计算机修正,提高测量精度。

本文在理论分析的基出上,做了仿真实验,通过对上述问题的解决,验证了这种光学误差,电学校正的方法是可行的,具有实际意义。

2 摄影测量基本原理

摄影相机是获得物点影像信息的系统。物点到像面相应点的相互投射都必须通过摄影相机镜头。摄影测量遵循中心投影定理。无论是相机用于摄影测量或对相机本身进行标定,依据是首先应明确描述物点与相应像点关系的数学模型。因此这一章从分析中心投影定理入手,建立描述像关系的基本构像方程式。

2.1 坐标系定义

为了能用数学公式表达像点和相应物点的关系,首先必须建立成像空间的坐标系。使其点和数值有明确的对应。

(1) 像空间坐标系统

摄影测量常常引用下述像空间坐标系统,这种系统优点在于像点位置与其对应点空间位置间的换算。像空间坐标系的原点取用其投影中心 S (光学系统的主点,坐标系的正 Z 轴为摄

影方向的反方向，与 OS 相合，过 S 作平行于像面上 x 轴和 y 轴的轴线即为像空间坐标系的 x 轴和 y 轴。

(2) 物空间坐标系统

物空间坐标系统是如下定义的：X、Y 轴形成水平面，Y 向由航线的飞行方向决定。Z 为垂直方向。

2.2 中心投影定理

根据光学原理可知，摄影测量遵循中心投影定理。因此考虑物像关系，就要根据中心投影定理建立构像方程式。

坐标系如上节定义，两空间坐标轴系分别平行。定义坐标系中点的坐标如下：

投影中心 S 的坐标 (X_s, Y_s, Z_s) (在物空间坐标系中)，像点 a 的坐标 (xyz) 物点 A 的坐标 (XYZ)

由图 1 可知，对物点 A 坐标而言，按相似三角形关系得出：

$$(X - X_s) : x = (Y - Y_s) : y = (Z - Z_s) : (-f)$$

定义比例系数 $\lambda = (Z - Z_s) / f$ 它表示构像比例尺。

由此得出相应于物点坐标 XYZ 的像点坐标 x、y 为：

$$x = -f \frac{X - X_s}{Z - Z_s}$$

$$y = -f \frac{Y - Y_s}{Z - Z_s} \tag{1}$$

这是航空摄影的理想情况，而在一般情况下，像空间的坐标轴系并不与物空间的坐标系相平行。而 (1) 式只适用于像点的平行于物空间的座轴系的坐标 u、v、w。在这种情况下，就要确定出 xyz 与 u、v、w 两坐标系间的变换关系，假设各轴线间夹角方向余弦为：

| | | | |
|---|-------|-------|-------|
| | x | y | z |
| u | a_1 | a_2 | a_3 |
| v | b_1 | b_2 | b_3 |
| w | c_1 | c_2 | c_3 |

某像点 a 的像空间坐标 $sy - f$ 转换为其平行于物空间坐标 XYZ 的 uvw 其关系公式为：

$$u = a_1x + a_2y - a_3f$$

$$v = b_1x + b_2y - b_3f \quad \text{或用旋转矩阵}$$

$$w = c_1x + c_2y - c_3f$$

$$R = \begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{matrix}$$

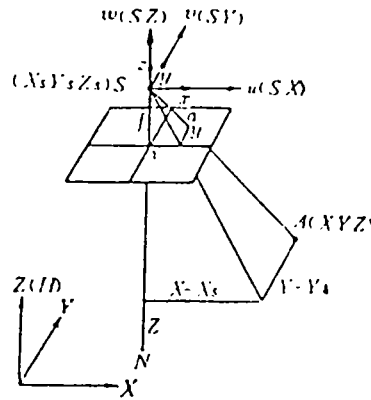


图 1 中心投影坐标变换

$$\begin{matrix} u & x \\ v = R \cdot y & \\ w & -f \end{matrix} \quad R - \text{正交矩阵} \quad (2)$$

把式(2)扩充到一般情况,通过逆运算得到:

可以得到:

$$\left. \begin{aligned} x &= -f \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \\ y &= -f \frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

这就是中心投影的基本构像方程式。

我们知道,在一般情况下,像空间坐标轴系并不与物空间的座标轴系相平行,因此;在两空间进行座标变换时,必须讨论旋转矩阵。

由于实际标定相机过程中,我们并不希望直接测量物空间点的座标,而是测量物点的高低角,方位角,定义如图2。在物空间座标中,已知物点的高低角方位角后, v 可以得到物点到投影中心的连线的方向余弦,可以得到物点视线的方向余弦:

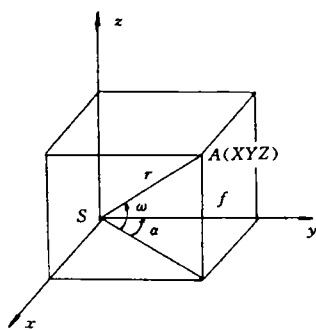


图2 物点高低角、方位角定义图

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{X - X_s}{r} \sin \alpha \cos \omega \\ \mu &= \frac{Y - Y_s}{r} \cos \alpha \cos \omega \\ \nu &= \frac{Z - Z_s}{r} \sin \omega \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

对

$$x = \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)}$$

分子分母同除 r , 则发现

$$\frac{X - X_s}{r} \cdot \frac{Y - Y_s}{r} \cdot \frac{Z - Z_s}{r}$$

正好是物点视线的方向余弦。所以可以得到

$$x = -f \frac{a_1 \lambda + b_1 \mu + c_1 \nu}{a_3 \lambda + b_3 \mu + c_3 \nu}$$

$$y = -f \frac{a_2 \lambda + b_2 \mu + c_2 \nu}{a_3 \lambda + b_3 \mu + c_3 \nu}$$

这样已知物点的高低方位角后,就可以得到像的座标。

以上,我们以航空摄影测量的基本理论出发,根据中心投影定理,分析了摄影测量中基本的物像关系。这是一种理想情况,摄影测量系统无光学畸变差,而且像主点和像面中心重合。但实际系统却不会没有偏差。对相机进行精密标定和畸变校正,要将欲标定的参数引入到相机模型中,建立符合实际系统的数学模型。在下面的章节中,讨论一些对相机进行精密测量的方法。测量出所需实验数据,对数学模型进行确立。在确立数学模型时,要应用回归

分析的方法, 讨论如何应用数据集, 通过回归分析确立数学模型。

3 相机数学模型

根据中心投影基本构像方程式, 为了对相机进行标定和畸变校正, 将有关模型和参数引入到基本构像方程式中, 建立起能用于对相机进行精密标定和畸变校正的数学模型。

3.1 成像空间的变换

考虑畸变是如何影响摄影测量时, 我们首先分析成像空间的变换过程。一般成像的几何模型包括两种变换:

(1) 从物空间坐标系到像空间坐标系的变换;

(2) 从像空间坐标系到数字图像坐标系的变换 (这是用 CCD 相机接收过程不可缺少的)。

下面分别讨论这两种变换过程:

a 从物空间到像空间变换

物空间到像空间的变换, 是物经过光学系统成像。由于制造严格畸变系统是几乎不可能的, 因此, 这一变换过程中, 会引入光学畸变差。

设物空间坐标系中一物点的座标为 (XYZ) 而该点对应的像点的像空间的座标为 (xyz) 考虑到镜头的畸变, 得到如下关系:

$$\left. \begin{aligned} x + \Delta x_r + \Delta x_t &= -f \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \\ y + \Delta y_r + \Delta y_t &= -f \frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中 $X_s Y_s Z_s$ 是主点的空间座标, f 是主距, $\Delta x_r, \Delta y_r$ 是 xy 方向的径向畸变, $\Delta x_t, \Delta y_t$ 是 x, y 方向的切向畸变。

b 从像空间坐标系到数字图像座标变换

这个变换过程是像经过 CCD 变换成数字图像, 在变换中引入一种所谓“数字畸变”。这种“数字畸变”是由于采样期间的扰动, 电气噪音, 电子学硬件等因素影响而引入的误差。这些误差通过图像处理技术加以去除。

由于第一种变换过程会引入光学畸变差, 因此, 我们必须对基本构像方程式加以修改, 引入畸变的数学模型。下面分析畸变的定义和数学模型。

3.2 畸变的数学模型

3.2.1 光学畸变差

设有物方入射光线与物镜光轴的夹角为 α , 像点离像主点的辐射距离为 r , 则当 $r = f \cdot \operatorname{tg} \alpha$ 时, 称此镜头无畸变差。 f 称为焦距 (一般对相机来讲概括称为主距)。由于理论和技术原因, 制造严格无畸变的镜头是不可能的, 当实际构像的辐射距为 r 时, 则其差值:

$$\Delta r = r - f \operatorname{tg} \alpha \quad \text{称为畸变差。} \quad (7)$$

3.2.2 畸变的数学模型

a 径向畸变

径向畸变是一种与光轴对称的畸变, 只与物镜光学结构有关。精确定心的透镜, 在相应

的主距 f 时的畸变可表示为

$$\Delta r = k_1 r^3 + k_2 r^5 + k_3 r^7 + \dots \quad (8)$$

其中 k_1, k_2, k_3, \dots 是径向畸变系数。 r 是相对于像主点的径向距离。由像点座标 x, y 可求出：

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

当把这个畸变表示为 xy 两个方向上的分量时

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_r &= \Delta r \frac{x}{r} = x(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots) \\ \Delta y &= \Delta r \cdot \frac{y}{r} = y(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

这样就得到了径向畸变的数学模型。这种畸变是容易测量和校正的。

b 偏心畸变

偏心畸变只与光学零件的加工和装配工艺有关。在镜头的组装过程中，由于没能精确对心而引起微小非线性。这种畸变包括径向畸变和切向畸变两部分，表示为 xy 两个方向上的分量时，

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= [1 + P_3^2][P_1(r^2 + 2x^2) + 2P_2xy] \\ \Delta y &= [1 + P_3^2][2P_1xy + P_2(r^2 + 2y^2)] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中 P_1, P_2, P_3 是偏心畸变的未知系数，是要标定的参数。

以上根据光学系统加工，装调等因素，比较全面地分析了光学系统中的畸变，并给出了各自数学模型。在基本构像方程式中引入了畸变的模型。但对于相机的标校来说，还必须考虑内方位元素，即主像点不和像面中心重合时，其偏差值 x_0, y_0 的值也是需要标定的。必须将这两个量也引入模型中，这样我们就得到了如下一个完整的相机的数学模型。

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + \Delta x - f \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \\ y &= y_0 + \Delta y - f \frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

在下面的章节中，我们讨论为测得实验数据而采用的对相机进行精密测量的方法。

4 相机标定的几种方法

对相机进行精密测量，不同于单镜头的测量，但它们的基本原理是相同的，只是在对相机进行测量时，要考虑到相机的内方位元素。在对相机和镜头的测量上，可以根据光学系统特殊的共轭点的特性，用摄影法、正反向节点法、测角法等对相机和物镜进行测量。国内外在对相机的标校上面，提出了一些方法，下面对典型测量方法作一下介绍。

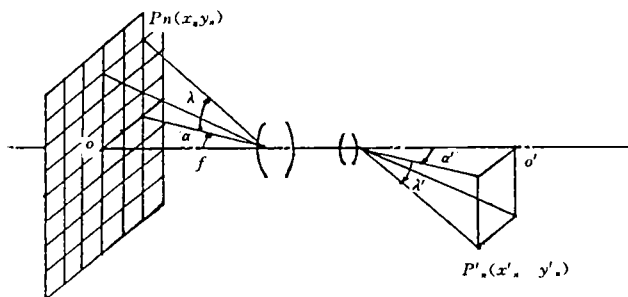


图 3 测角法原理图

4.1 测角法测定相机的主距及畸变

这是国内提出的一种利用测量相机自身测角度盘作测角系统，测定相机主距及畸变的方法和装置。

在被测相机实际工作像面上，放置一块长度经过精密标定的网格板（或米字形分划板）。对正交网格板，设其上 P_n 点坐标对后节点的方位角为 α_n ，高角为 λ_n 通过与光轴平行的瞄准望远镜观察，在望远物镜的像面上，若相机没有畸变，则 P_n 点的像 P'_n 对望远物镜后节点的张角

$$\left. \begin{array}{l} \text{方位角} \quad \alpha'_n = \alpha_n \\ \text{高角} \quad \lambda'_n = \lambda_n \end{array} \right\} \quad (12)$$

若有畸变则：

$$\left. \begin{array}{l} \lambda'_n = \alpha_n + \Delta\alpha_n \\ \lambda'_n = \lambda_n + \Delta\lambda_n \end{array} \right\} \quad (13)$$

畸变了 X_n 和 Y_n 的座标 S_n^* 满足下列关系：

$$\left. \begin{array}{l} Y^* = f \operatorname{tg} \lambda'_n / \cos \alpha'_n = f \operatorname{tg} \lambda'_n \operatorname{seca}'_n \\ X^* = f \operatorname{tg} \alpha'_n \end{array} \right\} \quad (14)$$

因此畸变值为：

$$\left. \begin{array}{l} \Delta Y_n = f \operatorname{tg} \alpha'_n \operatorname{seca}'_n - Y_n \\ \Delta X_n = f \operatorname{tg} \alpha'_n - X_n \end{array} \right\} \quad (15)$$

其中 f 是相机主距， X_n 、 Y_n 是精密标定的座标值。

这样，当用瞄准望远镜对网格板上规定的几个点分别测量，可以得到一系列畸变值

$$\left. \begin{array}{l} \Delta y_1 = f \operatorname{tg} \lambda'_1 \operatorname{seca}'_1 - y_1 \\ \Delta x_1 = f \operatorname{tg} \alpha'_1 - x_1 \\ \dots\dots \\ \Delta y_n = f \operatorname{tg} \lambda'_n \operatorname{seca}'_n - y_n \\ \Delta x_n = f \operatorname{tg} \alpha'_n - x_n \end{array} \right\} \quad (16)$$

为了求出畸变，前提是先求出主距，采用最小二乘法，即在：

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i^2 + \Delta y_i^2$$

为最小的前提下求解主距 f 。求得主距后，就可以得出畸变值供修正用。

4.2 多平行光管法标定相机

平行光管成空间光束方式排列的。中间平行光管的方向为相机光轴方向，要求这根平行光管的中心轴线尽可能垂直对准像面中心。平行光管是固定安装并正确校准的准直管。它们之间的角度是经过精密标定的，这些角度作为物方的高低角，方位角是已知的。光管中发光测标点的像的座标作为观测值。通过这样的测量，可以得到测量数据。通过最小二乘调节，求出相机模型中的未知参数，从而达到标定相机内方位元素和确定畸变参数，对畸变加以修正的目的。

下面通过这两种方法的比较和我们具备的条件，针对研究的“实时多目标弹道测量系统”的标定和畸变校正问题，提出我们的作法。

5 多平行光管法精密标定相机方案和手段

前面介绍了国内外对相机进行标定所采取的方法。其中，测角法是将正交网格板的座标

作为标准像高,是已知值。对应这个标准点所测量得的方位角,高低角是观测值。而多平行光管法中,光管间严格标定的标准角是已知的,对应这些标准角在像面上测得光管测标点像的座标是观测值。这两种方法中的标准是不同的。

根据目前条件,我们采用 CCD 作为接收阵列,而不是一般的底板。因此,我们无法在相机的像面上放置网格板。另一方面,我们欲标定的相机尚无自身度盘,如果用经纬仪监视相机,至少要两台,因此,我们不准备采用这类方法。下面结合多平行光管法来设计我们的标定方案。

5.1 相机精密标定方案

目前,我们具备这样的条件,相机本身有地平架,相机采用成阵 CCD 作接收像面,要把平行光管按照多平行光管法的要求安装起来。这样就可以根据多平行光管法标定相机的要求做出实验系统。通过实验测量,获得我们需要的测量数据。

测量数据,必须具备足够的精度用于分析才有意义。我们要求相机的测角精度达到万分之一视场,相机本身要求这样高的精度,因此,我们在对相机进行标定时,就要采取必要的手段提高测量精度。用经纬仪标校平行光管的角度,精度取决于经纬仪的测角精度。光管测标点的像点座标值,取决于 CCD 的像元值。为了提高座标值的测量精度,使整个测量达到高精度,我们采用 CCD 细分技术,该座标值可以达到像元值以上的水平。下面介绍作为提高标定精度的技术手段—CCD 细分技术。

5.2 CCD 细分技术的研究

在相机标定中,像点座标作为观测值,它的测量精度直接影响我们的测量结果。采用 CCD 细分技术,是为了获得比由 CCD 像元的网状结构所提供的空间角分辨率更高的精度。CCD 具有精确可知的几何结构,利用这种固有的精度,通过细分技术,可以把座标点的位置测量到一个像素的几分之一或更高,从而提高了测量精度。

根据矩心算法,编制了相应的数据处理软件,进行矩心计算。并且对同一光斑,做了多次重复测量,进行矩心计算。

通过测量和计算,由结果可以看出,细分精度可以达到几十分之一像元,特别是重复性实验,细分精度可以达到三十分之一以上。

软件流程图:

影响细分精度的因素比较多,主要是由目标信号中的噪音,A/D 转换器的量化噪声和算法误差影响。这些影响通过重复测量一个点,可以得到一些改善,另外,由实验装置比较简陋,所以精度不是很高。通过这部分实验,验证了算法的正确性。细分手段对提高测量精度是有效的。

以上我们讨论了对相机进行精密测量的方法和手段,用这种思想,设计实际测量系统对欲标定的相机进行测量,获得关于相机的必要的测量数据。有了这些测量数据和用于标定相机的数学模型,通过回归分析,最

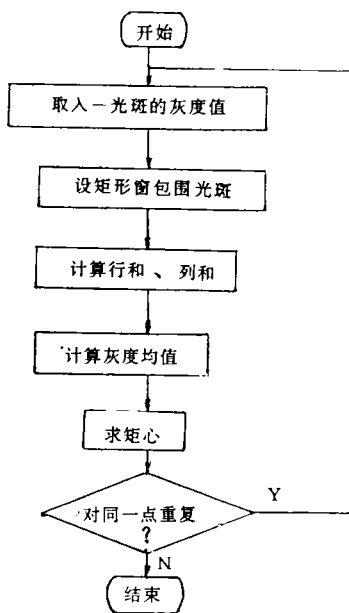


图 4 CCD 细分程序框图

终确立数学模型，标定出相机内方位元素和畸变系数，达到修正畸变的目的。下面分析回归分析。

6 测量数据的分析处理

6.1 测量数据的回归分析

变量之间的关系一般可分为函数关系（即确定性关系）与相关关系两种类型。回归分析是处理变量的相关关系的一种数理统计方法。即使具有确定性关系的变量间由于实验误差的影响，其表现形式也具有某种程度的不确定性这一点在测量中是常见的。通过回归分析，建立比较符合变量内部规律的数学表达式。这个问题包括以下两个方面：

- (1) 确定数学表达式，即回归方程的类型；
- (2) 确定回归方程中的常数项及常参数的数值。

回归方程的类型要根据所研究的对象来决定，找不相近的函数关系时，还可用幂级数的前几项来逼近。

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{n-1}x_{n-1} \quad (17)$$

只要在讨论的范围内幂级数是收敛的，这种逼近是允许的。在第三章，我们通过对成像变换的分析，建立了数学模型。完成了回归分析的第一部分：确定了回归方程的类型。下面一步工作是确定回归方程中的常数和常系数，估计这些未知参数一个最有利的办法是应用最小二乘原理。下面分析如何应用最小二乘原理作回归分析。

6.2 最小二乘法

由于观测的随机性，多余观测并不是经常与函数模型相适应的。函数独立的观测的任一足够大的子集，都用来估计模型。由于观测抽样的随机可变性，每一最小的子集都将产生一个不同的估计结果。就是说如果不引入一个附加标准，由多余的观测不可能得到唯一的结果。基于这种情况，为了对模型的所有变量推出具有某些最优性质的一组唯一估值。就必须选择一个理想的估值方法。最小二乘法就能够达到这个目的。

6.3 方程组解算

正规方程最终要化成为线性方程。解正规方程组也就是解线性方程组的问题。解线性方程组一般有两类基本算法：一类是迭代法，另一类是直接解算法。

在直接解算法，一个值得注意的问题是在消去法中，当一个未知数的系数过小时，由于用绝对值很小的数作除数，以致使舍入误差激化，不能保证运算精度。为避免用绝对值很小的系数作除数，要在解算过程中选择合适的方法。能在适当的地方变换方程或未知数的顺序，这对提高解算精度有着重要的意义。

通过前面的分析，我们有了对相机进行精密标定和畸变校正的一整套理论和实验方法。确定了对相机的测量方法，建立了用于标定相机的数学模型。并且分析了确立数学模型的回归分析的具体问题。下面一章，根据这些基本知识，首先进行计算机仿真。

7 相机标定的计算机仿真

7.1 计算机仿真概念

仿真：将一个能近似描述实际系统的数学模型变成一个能在计算机上运行的模型，并将其在计算机上运行起来，这个过程称为仿真。

在进行仿真研究的过程中，我们要经过如下四个步骤：

- (1) 分析实际系统，建立数学模型。
- (2) 将数学模型变成能在计算机上运行的模型。
- (3) 编出仿真程序
- (4) 对仿真模型修改，校验。

这个过程涉及到三个部分，一是实际系统，二是数学模型，三是计算机。并且经过了两次模型化，第一次是将实际系统变成数学模型，第二次是将数学模型变成仿真模型。

7.2 多平行光管法测量的仿真

7.2.1 实验系统和数学模型

通过前面的分析，我们得到了适合于相机标定的函数模型。

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + \Delta x_r + \Delta x_t - f \frac{a_1 \lambda + b_1 \mu + c_1 \nu}{a_3 \lambda + b_3 \mu + c_3 \nu} \\ y &= y_0 + \Delta y_r + \Delta y_t - f \frac{a_2 \lambda + b_2 \mu + c_2 \nu}{a_3 \lambda + b_3 \mu + c_3 \nu} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

模型中的元素没有必要都是可测的，如果要求模型中元素都进行测量也是不实际的。测量实际上可以并不直接与所讨论的模型中的元素直接发生关系。另一方面，随机模型是反应测量结果的统计性质。测量结果经常处于某些不可预知的影响支配下，当进行重复测量时，测量结果会有可变性或随机性。因此，分析测量值时要考虑到测量误差。

由上面的分析，我们建立起了系统的数学模型，完成了仿真的第一步工作，下一步是要把数学模型变成能在计算机上运行的计算机模型，即第二次模型化。

7.2.2 仿真模型

将数学模型变成能在计算机上运行的仿真模型首先要根据测量，估计出数学模型中的某些或全部参数。这就要有足够多的测量数据。下面我们通分析实验系统，仿真出实验数据，再用回归分析的方法得到仿真模型。

在多平行光管测量相机的系统中，可以得到这样的一些实验数据：平行光管测标点的高低角，方位角。测标点在 CCD 像成上所成的像点的座标值。角度值是经过精密标定的，这里主要考虑点座标值的获得。像点座标值可以看成由以下三部分组成。

a 像点座标理想值

设相机是理想系统，无畸变， f 准确可知，测标点高低角、方位角经过精密标定。平行光管 k 。中心轴线垂直于 CCD 像面，并且像主点在 CCD 中心上，那么测标点成在 CCD 上像点的座标可以表示为：

$$\left. \begin{aligned} x &= f \operatorname{tg} \alpha \\ y &= f \operatorname{tg} \omega / \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

这样，给定一系列高低角、方位角后，就可以得到一系列像点座标的理想值。

b 像点座标的畸变值

根据前面的介绍，对于一像点 x, y ，其座标的畸变值为：

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= x(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots) \\ \Delta y &= y(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6 + \dots) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{偏心畸变} \quad \Delta x &= [1 + P_3^2 r^2][P_1(r^2 + 2x^2) + 2P_2xy] \\ \Delta x &= [1 + P_3^2 r^2][2P_1xy + P_2(r^2 + 2y^2)] \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$\text{薄透镜畸变} \quad \left. \begin{aligned} \Delta x &= q_1 r^2 \\ \Delta y &= q_2 r^2 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

则总畸变

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= x(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3^6 r) + [1 + p_3^2][p_1(r^2 + 2x^2) + 2p_2xy] + q_1 r^2 \\ \Delta y &= y(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3^6 r) + [1 + p_3^2][2p_1xy + p_2(r^2 + 2y^2)] + q_2 r^2 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

这样可以适当设置畸变参数，给出一定大小的畸变值。在实际仿真中，可以根据实际系统装调水平，而不考虑某种畸变。

c 测量误差值

测量总是有一定误差的，对相机的测量中将测量误差考虑到像点坐标值中。通过随机噪声的仿真得到座标观测中的测量误差。这里假设误差是正态分布的。具体的随机噪声的仿真见附录。

这样，按照这三个部分的分析，就可以仿真得到一组用于标定的测量数据。根据数据，通过回归分析，估计出数学模型中的未知参数这样就得到了能够在计算机上运行的仿真模型，完成了仿真的第二步工作。下面是编出仿真程序。

7.2.3 仿真程序

将前面讨论的内容：实验数据仿真，数学模型参数的估计用软件在计算机上实现。确立了数学模型后，可以给出相机内方位元素和畸变参数，求出畸变后可以对畸变加以校正。

软件设计思想如图 5。

7.2.4 结果分析

针对数学模型，利用给出的仿真数据，进行回归分析，估计模型中的参数，由此得出相机参数和畸变系数，利用畸变模型求像点畸变，以达到对畸变校正的目的。对座标修正后是能提高测量精度的。

8 结 束 语

本文研究如何对大视场光电测量系统进行精密标定，并通过计算机修正，对光学系统畸变加以补偿，从而使系统达到高精度测量。讨论了对大视场光电测量系统的高精度几何标定方法，并着重探讨了利用计算机通过解析方法，补偿光学系统几何畸变的方法。提出了利用多平行光管法对大视场光电测量系统进行高精度几何标定的方法。为了达到高精度标定，首先，对多平行光管的空间角度进行精密标定，并采取了 CCD 细分技术。根据这样的标定系统，利用计算机通过解析方法，对相机的内方位元素和畸变参数统一给出估计，确定相机的内方

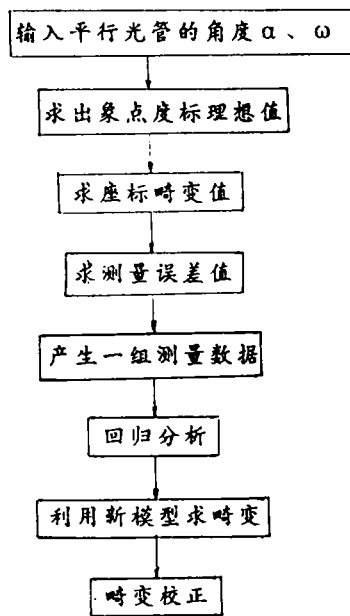


图 5 软件设计流程图

位元素, 补偿光学系统几何畸变, 从而实现在光学系统精度较低的情况下, 测量系统能够进行高精度测量的目的。

通过计算机仿真实验结果可以得出, 在应用多平行光管法对相机进行标定的前提下, 通过解析方法, 利用计算修正光学系统畸变差是可以使测量系统的精度提高的。

Study on High Accurate Geometric Calibration of Precision photoelectronic Measuring System with Large Field of View and Distortion Correcting

Liu Jinguo

*(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences,
Changchun130021)*

Abstract

This paper discusses the key problem of measurement accuracy in a precise photoelectronic measurement system with large field of view, and high accurate geometric calibration method in the system. The highlight is put on the approaches of compensating the geometric distortion of optical system with the analytic method using computer, in order to obtain a high accuracy. The major problems studied are as follows: the analysis of the basic photogrammetry method and study of distortion calibration and camera calibration; the mathematic model of camera calibration and distortion; the method of calibrating the camera; the method of analyzing the calibration results; the computer emulation experiment and the analysis of the results.

Key Words: Camera calibration, Distortion, Compensation